Maden **yataklarının değerlendirilmesinde** geliştirilmiş **yöntemler:** halka ayrışım yöntemi **ve uygulaması**

Improved methods for ore deposit evaluation: ring decomposition method and its application

Cem SARAÇ, Sermin KÖÇEK, Arzu Giray YURDAGÜL

OZ

Bu çalışmada maden yataklarının değerlendirilmesinde kullanılan jeoistatistiksel simülasyon yöntemlerinden "alt ve üst üçgensel matris ayrışım .tekniği'" ayrıntılı olarak anlatılmaktadır. Kovaryans matrisinin üçgensel analizini kullanarak, orta boyottaki gridler üzerinde hızlı bir şekilde koşullu simülasyonu gerçekleştiren alt ve üst 'üçgensel matris tekniğinin algoritmasının büyük boyutlu gridler üzerinde simülasyonu sağlayamadığı gösterilmektedir,.

Çalışmada bu yönteme alternatif olarak geliştirilen ve halka, ayrışım tekniği adı verilen matris analizi alternatif olarak sunulmakta ve önerilen yeni teknik büyük boyutlu gridler üzerinde kullanılabilmektedir. Geliştirilen yeni yöntemin matematiksel temeli verildikten sonra her. iki yönteme ilişkin koşullu simülasyon uygulamaları sunulmaktadır. İlk önce yöntemleri birbirleriyle karşılaştırmak amacıyla 400 x 400 kovaryans matrisinden oluşan simülasyon uygulaması alt/üst üçgensel matris tekniği ve halka, ayrışım tekniği kullanarak çözülmekte, ardından da alt/üst üçgensel matris tekniğiyle ayrıştınlamayacak boyutlarda olan 1500 x 1500 kovaryans matrisinden oluşan simülasyon., önerilen halka ayrışım tekniğiyle çözülmektedir.

Analılar kelimeler: Halka ayrışım yöntemi, Jeoistatistiksel simülasyon, Kovaryans, Maden yatakları

EXTENDED ABSTRACT

Ore deposit evaluation techniques by geostatistical simulation were first introduced some 25 years ago,, it has not fulfilled its promise as a major toot in the eartksciences. This has been largely due to two main reasons; there are some shortcomings in the method which, although recognized early on by some practitioners,, have been stow to be acknowledged and rectified, and alternatively wide usage qfkriging methods (there is although a big difference between kriging and simulation). Â survey of geostatistical simulation methods is given in Dowd (1992). Amongst proposed methods is Davis" (1987a) LU (lower and upper) decomposition method and related matrix- polynomial approximation method (Davis,, 1987b). The LU-matrix (lower and. upper) decomposition method of conditional simulation allows fast generation of stochastic processes on small-moderate sized, grids. The method is simple and based on the LU triangular decomposition of the matrix of covariances between data, locations and simulation grid, locations (Davis, 1987a; Alabert,, 1987).. Covariances matrices are symmetric and positive-definite and therefore can be decomposed into the product of a lower and an upper triangular matrix,.

The advantages of the LU method are that it is simple to implement, performs conditioning simultaneously with simulation, is not limited to particular forms of covariance functions and handles anisotropies,. The main drawback of this method is the amount of storage required which, at least in its general form as presented,, effectively limits its application to less than 1000 grid locations. When there are many data, or when there is a large number of points on which values are to be simulated, the correspondingiy large matrices cannot he handled by classical decomposition algorithms.

C SARAÇ, S. KOÇHR, A G. YURDAGÖL: HaceUcpc Üniversitesi,
Jeoloji Mühendisliği Bölümü, »6532, Bcytcpc Ankara

This paper shows how ring decomposition can he used to extend the use of LU decomposition to larger simulations.. Ring decomposition can he applied to reduce significantly this memory-size problem,, and therefore proposed method can he used fof large grid locations. After introducing the mathematical background of ring decomposition method, conditional simulation applications using lower-upper and ring decomposition methods are presented in the study. For the purpose of providing a comparison, simulations on 400 x 400 covariance matrix were pet formed using both LU decomposition and ring decomposition. The results are shown in Figures 1 and. 2.. The both methods yield satisfactory simulations.. Finally a 1500 x 1500 covariance matrix which is too large for LU decomposition method is solved by ring decomposition and the result is given in Figure 3.

Key words : Covariance, G'eostatistical simulation, Ore deposits, Ring decomposition method

GİRİŞ

Jeoistatistiksel simülasyon yöntemleri kollanılarak maden yataklarının değerlendirilmesi yaklaşık olarak 25 yıl önce ortaya konulmasına rağmen, yerbilimlerindcki uygulamalarında henüz tam olarak çok güçlü bir araç olarak yaygın olarak kullanılamamaktadır. Bunun başlıca iki önemli nedeni bulunmaktadır. Bunlardan birincisi,, jeoistatistiksel simülasyon yöntemlerinde görülen çeşitli eksikliklerin oldukça yavaş olarak düzeltilmesi ve ikincisi ise jeoistatistiksel kriging yöntemlerinin alternatif olarak (simülasyon ve kriging arasında büyük farklılıklar bulunmasına rağmen) daha yaygın olarak kullanılmasıdır. Özellikle geçtiğimiz 10 yıl boyunca jeoistatistiksel simülasyon yöntemlerinin geliştirilmesinde çok önemli gelişmeler kaydedilmiştir. Joumel ve Alabert (1989. 1990) İn geliştirdikleri, ardışıklı simülasyon (sequential simulation) yöntemi,, indikatör simülasyon yöntemi fSııro-Perez and Journel, 1990; Gomez-Hernandez and Sri vas tava, 1990) bunlara örnek olarak verilebilir. Bu yöntemlerin en önemlilerinden bir tanesi de Davis (1987a) ve Alabert (1987) tarafından geliştirilen "alt ve üst üçgensel matris ayrışım yöntemi" (AÜM) dir. Basit bir tekniği olan AÜM analiz yöntemi, maden yatağındaki veri lokasyonlan ile simülasyon grid lokasyonları arasında kovaryans matrisinin üçgensel analizi üzerine kurulmuştur.

AÜM yönteminin en büyük avantajı uygulanmasının basit olması, koşullandırmayı simülasyonla birlikte simültane olarak gerçekleştirmesi, ayrıca kovaryans fonksiyonlarının ve kullanılan anizotropilerin özel yapılarıyla sınırlı olmamasıdır. Ancak uygulamalarda bu yöntem simülasyon sonuçlarını depolama, ve zaman sorunu nedenleriyle- sınırlıdır ve bundan dolayı da. ancak küçük ve orta boyuttaki gridlere uygulanabilmektedir (Deutsch and Journel, 1998)..

Çalışmada, ilk olarak AÜM analizi ile koşullu ve koşulsuz sinıülasyon incelenmiş; ardından "halka ayrışım, yöntemi" (HAY) adı verilen yeni bir yaklaşım sunulmakladır.

ALT VE ÜST ÜÇGENSEL **MATRİS** YÖNTEMİYLE (AÜM) KOŞULSUZ **SİMÜLASYON**

Bir değişkenin rasgele değerlerde- olduğu, grid noktaları setinin simule edildiğini düşünelim. Bu değişkenin kovaryans matrisleri C (n x n boyutunda)' aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$j = \text{Kov}\ (\text{ZiZj} \qquad (1)$$

Zj yukarıda, örnek olarak 'verilen değişkendir. C'nin Cholesky algoritmasıyla alt ve- üst olarak İM matrise ayrıldığını varsayarsak, C = AÜ (A.: alt. matris; Ü: üst matris) şeklinde olacaktır. Buna göre w'nin rastlantısal bir vektör olduğu, düşünülerek, y vektörü aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$y = Aw \qquad (2)$$

y vektörüne benzer şekilde, rasgele değişken olan Y 'nin tanımı:

$$\text{Kov}(Y) = E[(Aw)(Aw)'"]\| = E(Aww'Ü)$$

$$= A Ü E (ww")$$

$$= A Ü I = C \qquad (3)$$

olacaktır. Böylece y, Z'nin koşulsuz sınıülasyonu olacaktır.

ALT VE ÜST ÜÇGENSEL MATRİSYÖNTEMİYLE (AÜM) KOŞULLU SİMÜLASYON

Koşullu veri (genellikle cevherleşmelerden gelen sondaj verileri) ve grid noktaları setinin simule edildiğini düşünürsek, bu sellere benzer olarak kovaryans matrisi $C_{vv},,C_{vr1},C_{(IV},C_{GG}$ olarak ayrılabilir:

$$C'v\backslash \quad r_V u \ '$$

$$CGV \quad CGG \ I$$

Yukarıda verilen matriste:

C_{vv} maden yatağındaki veri noktaları arasındaki kovaryans matrisi,

C_{GV} grid ve veri noktaları arasındaki ko varyans matrisi,

C_{GG} grid noktaları arasındaki kovaryans matrisidir.

C aynı zamanda alt ve üst matrislerine ayrılabilir,, bu durumda yukarıdaki ifade

$$1, -I \begin{matrix} Cvv & CVG \ I \\ CGV & CGG \ / \end{matrix} _ÅĽJ- \begin{matrix} Avv & 0 \\ \backslash A_GV & AGG \ / \backslash \end{matrix} \begin{matrix} | Üvv & ÜVG \\ 0 & ÜGG \end{matrix}$$

şeklinde yazılabilir ve bu ilişkiden aşağıdaM eşitlikler elde edilir:

$$\text{ı-VV} \quad —' \quad Ay \quad y \quad ^VV$$

$$CyG \quad = \quad A_{vv} Uy_G$$

$$C_{GV} \quad = \quad A_{GV} U w$$

$$QJG \quad = \quad A_{GV} UVG \ ^+ \ ^GG \ UQG$$

w_G rasgele vektör[1] ve w_v koşullu vektör ise w vektörü $\begin{matrix} , & Wv \backslash \\ | & \\ & W_G \ I \end{matrix}$ olarak tanımlanacaktır.. Buna göre;

$$U_{vv} w_v = z_v \qquad (4)$$

Yukarıdaki eşitlikte, z_v koşullu veriyi göstermektedir.

$$v; \quad '1= Üvv \text{ olarak, tanımlanabilin}$$
$$" \quad \backslash yGf$$

$$yv = A_{vv} Wy = z_v$$

$$YG = ^A G V^w v + A_{GG} w_G$$

Sonuç olarak grid noktalarındaki değerlerin koşullu simülasyonu ;

$$Yc - \quad AGV \ Ayv \ ^zV \ ^+ \ AQG \ ^w G \qquad (5)$$

şeklinde: ifade edilebilecektir. 5 numaralı eşitlikte $A_{GV}\ A_w{}'^J\ z_v$ koşullu verileri sağlayan bir bileşen, AQG ^{w}G ise'çeşitli simülasyonlann yapılmasına olanak tanıyan diğer bir bileşendir[1] ve sınıülasyoıı sonuçlan da'A_{GG}*ye bağlı bulunmaktadır.

HALKA AYRIŞIM YÖNTEMİYLE (HAY) KOŞULLU StMÜLASYON

AÜM yöntemi kovaryans matrisinin Ciçgensel analizlerini gerektirmektedir, eğer veri sayısı çoksa veya simüle edilen, değer[l] sayısı çok fazlaysa, benzer olarak büyük matrisler klasik analiz algoritmaları ile kullanılmaz (Dowd» 1992), Bunun temel nedeni de., AÜM algoritmasının hafızasının grid sayısının karesi ile ve. hesaplama zamanın ise grid sayısının kübü ile artmasıdır- (Dowd and. Saraç, 1993). AÜM' yönteminde matris boyutları Cholesky algoritması kullanılarak en fazla 1000x1000*dir, yani. bu yöntem en fazla, İÖİÖ simülasyon değeriyle- sınırlıdır.,

AÜM yönteminin yukarıda belirtilen sının, bu çalışmada halka analiz teorisi kullanılarak genişletilmiş ve böylece yöntemin daha büyük boyutlu siniilasyonlar yapmasına olanak sağlanmıştır.

Anderson and. Fuller (1992)*ye göre M simgesi ile gösterilen ve R halkalarından oluşan modül; B[alt modüllerinin cinslerinin {B| | ie /} toplamı olarak tanımlanmaktadır. Buna göre aşağıdaki, tanımlamalar[l] yazılabilir[l]:

$$\mathbf{M = R^n = R \copyright \ldots S\ R} \qquad (6)$$

$$\mathbf{j;\ Bi = (\ \pounds\ bilbte\ B|J;} \qquad (7)$$

$$,^{f}1.)\ M = 2\ Bi$$

$$^{ki}\quad h,)YJel[Bjn2\ B| = 0] \qquad (8)$$

Hepsi için iel, ö e B_4 olduğu varsayılarak; indeks seti için 1= (1,.....,n) ise M aynı zamanda M = B,©.....©B_n olarak ve Cy n x. n matrisi CKCjj) şeklinde yazılabilir (Kasch, 1982).. Bu durumda I i'inci pozisyonda n x n birim matrisi,» ep (0,.....»0,1,0,.....,0) olacaktır.,

Bp e_i C'yi tanımlarsak;

$$C = \copyright B:$$

$$e_s\ C = (Q,,\ C_{i2}.....C_{in}) \qquad (9)$$

(C_{ih}.....,.Cij) vektörü aşağıda görüldüğü gibi B: ile tanımlanabilir.

$$C = e,\ C \copyright e_2 C \copyright \ldots\ldots e_n C$$

$$= B_{;I} \copyright B_2 \copyright \ldots\ldots \copyright B_n \qquad (10)$$

Bundan sonraki adını aşağıda, gösterildiği şekilde °yi ali ve üst. üçgensel matrisler şeklinde ayırmaktır.

ti 0'. . . . .01 An 0. . . . . O ' Ün. . . . . Ou I

• _ An Ai; . . . . O " » Üa . . . . oÜ

Cii Cii. . . . Q. ; . . . . .

0 0. . . . . 0/ Aa! Ami. . . . . \m ' ® '0. . . . Û» .

Böylece büyük, boyutlu simülasyonlara olanak veren eşitlikler' aşağıdaki gibi genelleştirilebilir:

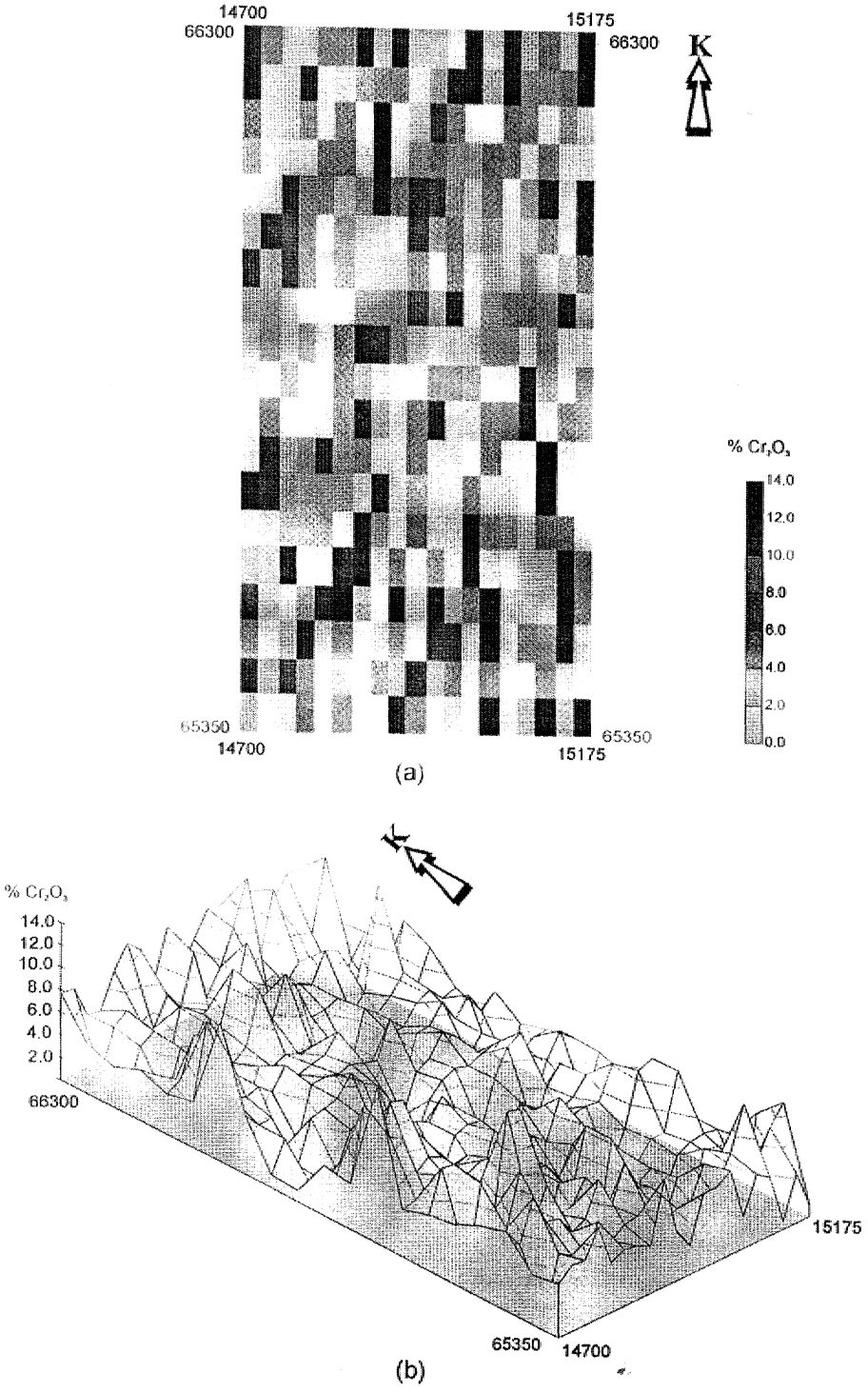
(Cholesky ayrışımı kullanarak)

$$A_{it} = C_{Ü}$$

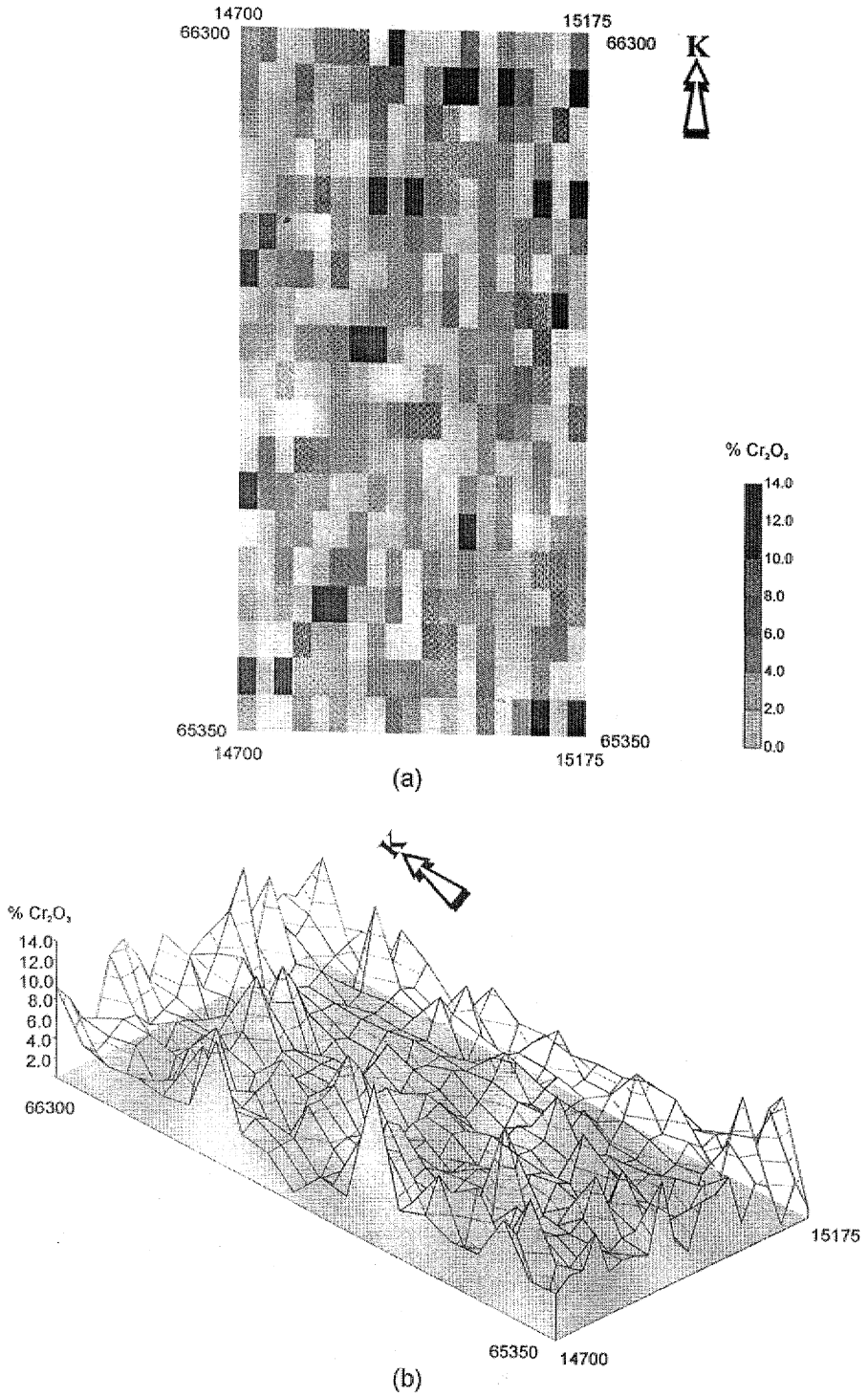
$$Ay = C_{ä\,i\,i\cdot_r} Cy \quad 2 < j < i-1$$

$$jjÜıı = Cj_{i}_ \mid - Qi \quad i > 2 \text{ (Cholesky aynşımı kullanarak)}$$

$$y = 0 \qquad j > i$$



Şekil !.. AÜ'M **yöntemiyle cevherleşmenin--1050** metre katı için gerçekleştirilen **koşullu simülasyon** sonuçlan (a):: Teoör blok **dağılımı** (b); Tenör değerlerinin blok diyagramı



Şekil 2. HAY yöntemiyle cevherleşmenin 1050 metre katı için gerçekleştirilen koşullu simülasyon sonuçları (a): Tenör blok dağılımı (b): Tenör değerlerinin blok diyagramı

Sonuç olarak grid noktalarındaki değerlerin koşullu simülasyomı;

$$y_G = A_{GV} A_{vv}' z_v + A_{GG} w_G \quad (11)$$

eşitliği kullanılarak elde edilecektir..

Her bir ny değeri için elde edilen AGG matrisi hesaplanırken aynı zamanda A_{GG} ve A_{vv}"' matrisleri, de elde edilecektir. Yöntemde alt matrisler, iki veya üç boyutlu sioıülasyon hacminin herhangi bir alt bölümü için saptanabilir. Seçilen alt •bölümler grid noktalarının kendine özgü üç boyutlu düzenine bağlı olacak, ve uygulamalarda simüle edilen değerlerin artan bir aralıkla birbirlerini tutması zorunluluğu da bulunmamaktadır (ny= 1,2,3). Ancak uygulamalarda yeterli alt bölümlerin seçilmesi önerilmektedir.,

UYGULAMA

AÜM yöntemi ve bu çalışmada önerilen HAY yönteminin uygulaması karşılaştırmalı olarak Karsantı. Adana krom cevherleşmesine uygulanmıştır. Cevherleşme alanında., Saraç: ve Tercan (199:2) tarafından rezerv ve tenor dağılım çalışması; Tercan ve Saraç (2000) tarafından da jeoistatistiksel yöntemlerle jeolojik yapının, ve tenor değerlerinin değişimi incelenmiştir. Bu. nedenlerden dolayı sondaj verilerine ilişkin bilgiler, cevherleşmeden elde edilen variogrArn değerleri ve model parametreleri, bu çalışmada verilmemiştir, ayrıntılı jeoistatistiksel bilgiler[l] yukarıdaki çalışmalardan edinilebilir..

.Koşullu simiilasyon krom cevherleşmesinin 1050 metre katı için gerçekleştirilmiş olup, x ekseni (doğu-batı doğrultusunca) boyunca 20 grid ve y ekseni (kuzey-güney doğrultusunca) boyunca 20 grid olmak üzere toplanı 400 adet grid noktasında tenor değerlerinin simülasyonu yapılmıştır., Koşullandırma işlemi için cevherleşmeden elde edilen 289 veri değeri (% $Cr_2Ö_3$) kullanılmış ve grid boyutları x ekseninde .25 metre, y ekseninde 50 metre olarak alınmıştır. Buna göre x. ekseninde 14700 m. ve 15175 m, arasında, y ekseninde 65350 m. ve 66300 m. arasındaki koordinatlarda 400 blok için tenor değerlerinin koşullu simülasyonu gerçekleştirilmiştir.

AÜM. yöntemi ile yapılan, koşullu simiilasyon sonucu Şekil F de, HAY yöntemi ile yapılan koşullu simülasyon sonucu da Şekil 2*de sunulmaktadır. Her iki şekilden de .görüldüğü gibi yöntemler birbirleriyle oldukça uyuşan tenor sonuçları vermişlerdir.. Ancak uygulamada 400 adet simülasyon sonucu yerine 1000 adet ya da daha büyük bir sayıda çözüm istenilseydi., AÜM yöntemi buna yanıt veremeyecektir.. Örnek olarak., cevherleşmede x ekseni boyunca 10 metre aralıklı .50 adet grid noktasındaki ve y ekseni boyunca da 35 metre aralıklı 30 adet grid noktasındaki tenor değerlerinin simülasyonu (toplam 1500 bloktaki Cr_2O_3 değeri) bu çalışmada önerilen HAY yöntemi ile aşağıdaki şekilde gerçekleştirilebilir.

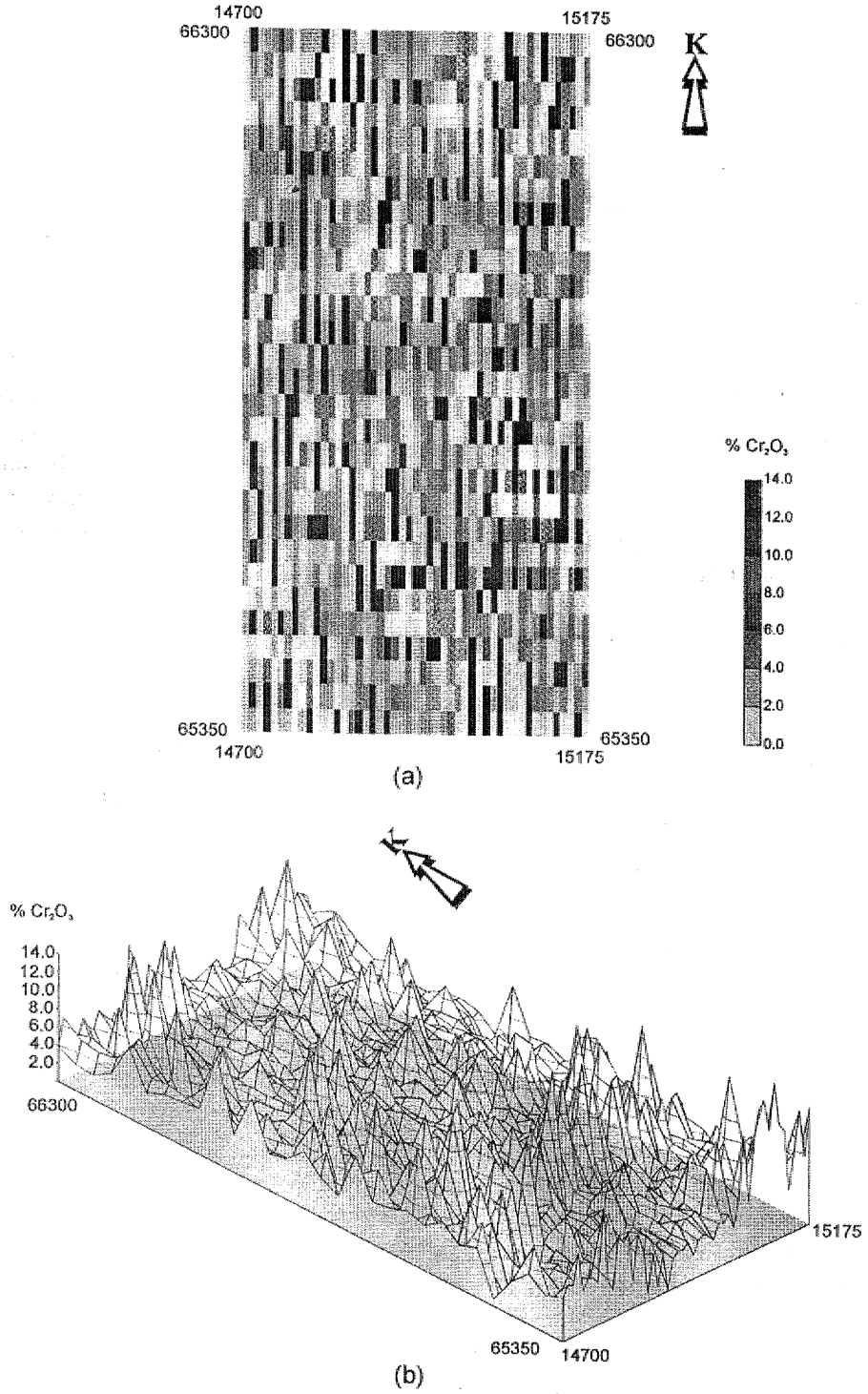
$$C = \begin{pmatrix} C_{VV} & C_{VG} \\ C_{GV} & C_{GG} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Bu uygulamada 1500 x. 1500 *lük bir kovaryans matrisi olan. C_{GG}, AÜM yöntemi için oldukça, geniş bîr[l] matristir.. Bu. nedenle istenilen simülasyon. halka ayoşıımyla ny'nin herbir değeri için tanımlanan alt. matrislerle çözülebilir...

$$C_{GG} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ C_4 & C_5 & C_6 \\ C_7 & C_8 & C_9 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Her alt matris 50Ö[l] x 5ÖÖ[l] (nx x nx)*lük bir boyuta sahiptir ve 3x,3 (ny x oy) alt matrislerine, ayrılarak, halka teorisinin blok analiz tekniğini, uygulanmış ve C_{GG} aşağıdaki şekilde: tanımlanmıştır;

$$C(3G - {}^{\circ}1CcG \circledR {}^{\circ}2;CcG \circledR {}^{\circ}3\text{^-}GG \quad (14)$$



Şekil 3.. HAY yöntemiyle cevherleşmenin 10.50 metre katı için 1500 adet gridİokasyonıı için gerçekleştirilen koşullu simülasyon sonuçları (a): Tenör blok dağılımı (b): Tenör değerlerinin blok diyagramı

Yukarıdaki eşitlikte (1.4 numaralı) e birim kareleri birbine eşit olan matrisi simgelemektedir, $e_{\dot{E}}$ = (1,0,0); e_2 = (0,1,0) ve e_3 = (O,OJ)'dır.

$$C_{GG} = \begin{pmatrix} C_1C_2C_3 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0\ 0\ 0 & & \\ C_4C_5C_6 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0\ 0\ 0 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \\ C_7C_8C_9 & & \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_1C_2C_3 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1\ 0\ 0 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{U}_1 & A_1^{-1}C_2 & A_1^{-1}C_3 \\ 0 & I & I \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0\ 0\ 0 & & \\ C_4C_5C_6 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_4 & A_{C_5C_4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & I \\ 0 & \ddot{U}_{C_5C_4} & A_{C_5C_4}^{-1}(C_6 - C_4) \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0\ 0\ 0 & & \\ 0\ 0\ 0 & & \\ C_7C_8C_9 & & \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ C_7 & C_8C_7 & L_{(\ldots)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & I & I \\ 0 & I & I \\ 0 & 0 & \ddot{U}_{(\ldots)} \end{pmatrix}$$

$$y_G = A_{GV}\, A_{VV}^{-1}\, z_V + A_{GG}\, w_G$$

eşitliği uygulanarak 1500^s x 1500 boyutundaki kovaryans matrisi çözülerek koşullu simiilasyon sağlanmıştır. Elde edilen tenor sonuçlan. Şekil 3'de blok. diyagram, ve kat tenör dağılımı olarak, gösterilmektedir.

SONUÇLAR

AÜM yönteminin en büyük avantajı koşullandırmayı simülasyonla birlikte simültane olarak gerçekleştirmesi,, uygulanmasının basit olması, ayrıca kovaryans. fonksiyonlarının ve kullanılan anizotropilerin özel yapılarıyla sınırlı olmamasıdır. Ancak uygulamada bu yöntem simülasyon sonuçlarını depolama ve zaman sorunu nedenleriyle sınırlıdır ve bundan dolayı da ancak, küçük-orta boyuttaki gridlere uygulanabilmektedir. Genel, olarak AÜM yönteminin uygulama limiti yaklaşık olarak 1000 adet grid lokasyoıiundan daba azdır.

Çalışmada AÜM yöntemine alternatif olarak sunulan HAY yönteminde grid lokasyonlan arasındaki kovaryans matrisi, simülasyon grid noktalarının her bir alt bölümü için elde edilerek büyük boyutlardaki gridlerin simülasyonunun sağlandığı gösterilmiştir., 400 x 400 kovaryans .matrisinden oluşan .simülasyon. uygulaması,,, alt/üst, üçgensel matris tekniği ve halka ayrışım tekniği kullanarak, çözülerek yöntemler karşılaştırılmış ve $15Ö0^l$ x 1500 kovaryans matrisinden oluşan alt/üst üçgensel matris tekniğiyle aynştınlama.ya.cak boyutlarda, olan simülasyon, önerilen halka. ayrışım tekniğiyle çözülmüştür:.

DEĞtNtLEN BELGELER

Alabert,, E, 1987,„ The practise of fast conditional simulations through the LU décomposition of the covariance matrix; Mathematical Geology,, v. 19, no. 5„ 369-386.

Anderson, F.W. and Fuller, K..R.., 1992, Rings and categories of modules: Second Edition.,, Graduate texts in mathematics, Springer-Verlag New York. Inc., no. 13.

Davis, M., 1987a, Production of conditional simulations via. the LU decomposition, of the covariance matrix: Mathematical. Geology, v. 19 , no. 2, 91-98,

Davis, ML, 1987lb, Generating large stochastic simulations-the matrix polynomial .approximation method: Mathematical Geology, v. 19, no. 2, 99-108.

Deutsch, C.V.,, and Journel, A..G.,„ 1.998, GSLIB, Geostatistical Software Library and User's Guide: Second Edition, Oxford University Press, New York, 369 s.

Dowd, P.A., 1992,, A review of recent developments-in geostatistics: Computers and Geosciences,v. 17, no. 10,1481-1500.

Dowd, P.A. a&d Saraç,. C, 1993, An extension of the LU decomposition method of simulation, in Geostatistical Simulations, eds: P.A. Dowd and M. Armstrong: Kluwer Academic Publishers., 'The Netherlands., 23-36..

Gomez-Hernandez, XX and Srivastava, R.M., 1990.» ISIM3D: an ANSI-C three-dimensional multiple indicator conditional simulation program: Computer and Geosciences, v. 16,, no. 4, 395-440.

Journel, A.G. and .Alabert, F., 1989, Non-Gaussian data expansion in the earth science: Terra Nova,v. 1, 123-134.

Journel, A.G. and Alabert, F., 1990, New method for reservoir mapping;: Journal of Petroleum Technology, v.. 42,, no.. 2,, 212-218..

Kaseli, F., 1982, Modules and rings: London Mathematical Society, Academic Press Inc., England.

Saraç, C. and Tercan, A.E.,. 1992, A geostatistical case study of the .Kizilyuksek-Yataardic chromium orehody: The first international symposium on Eastern Mediterranean Geology,, Çukurova. University, Adana, Turkey, 219-229.,

Suro-Peiez, V. and Journel, A.G., 1990, Stochastic simulation of lithofacies and improved sequential indicator approach: Proc. Second European Conference on the Mathematics of Oil Recovery (ECMOR), Publ. Technip, Paris, 3-10.

Tercan, A..E. and Saraç,. C, 2000, Spatial variability of Cr_2O_3 % in Kizilyuksek-Yataardic chromium deposit (Adana.,. Turkey): International Geology Review (in press)..